

1. Как поровну разделить 7 булок на 12 человек так, чтобы каждый кусок был больше $1/12$ булки?
2. Даны два двузначных числа. Вася просто приписал одно из них к другому, а Петя перемножил их. Могли ли у них получиться равные числа?
3. Имеется четыре монеты, три из которых – настоящие, весящие одинаково, а одна – фальшивая, отличающаяся от них по весу. Имеются также чашечные весы без гирь. Весы таковы, что если положить на их чашки одинаковые по массе грузы, то любая из чашек может перевесить, а если грузы различны по массе, то всегда перевесит чашка с более тяжелым грузом. Как за три взвешивания на таких весах наверняка выявить фальшивую монету и определить, легче она или тяжелее настоящих?
4. При каких натуральных n имеет решение уравнение $|x| + |x - 1| + \dots + |x - n| = n$?
5. В треугольник вписана окружность. Через точки касания окружности со сторонами треугольника проведены прямые, параллельные биссектрисам противоположных углов. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.
6. В коробке лежит полный набор костей домино. Два игрока по очереди выбирают из коробки по одной кости и выкладывают их на стол, прикладывая к уже выложенной цепочке с любой из двух сторон по правилам домино. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто выиграет при правильной игре?
7. Докажите, что каждое натуральное число является разностью двух натуральных чисел, имеющих одинаковое количество простых делителей. (Каждый простой делитель учитывается 1 раз, например, число 12 имеет два простых делителя: 2 и 3.)